

**LABORATORIUM TERMODYNAMIKI
INSTYTUTU TECHNIKI CIEPLNEJ I MECHANIKI PŁYNÓW
WYDZIAŁ MECHANICZNO-ENERGETYCZNY
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ**

INSTRUKCJA LABORATORYJNA

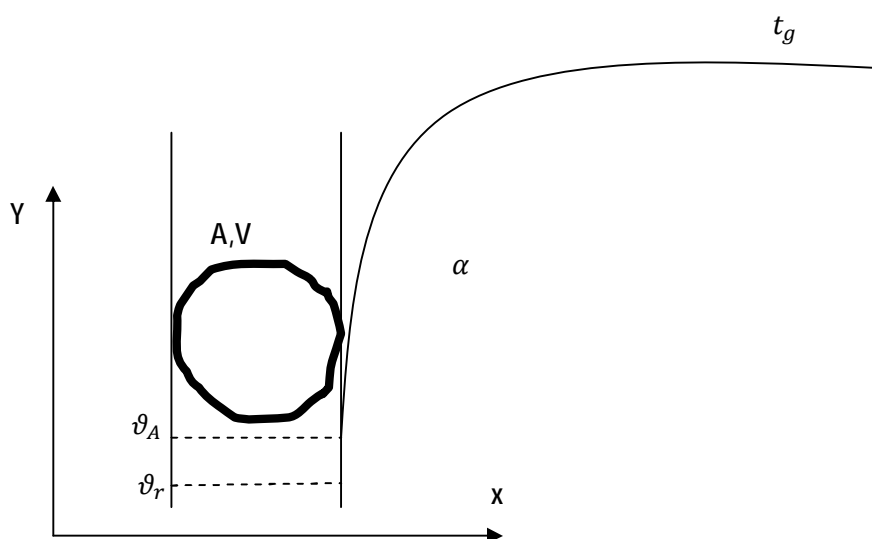
Temat ćwiczenia 18

**Wyznaczenie współczynników przejmowania ciepła
dla konwekcji wymuszonej**

WROCŁAW 2010r

1. Wprowadzenie

Ćwiczenie to związane jest z nagrzewaniem jednowymiarowym ciał dla których $Bi \leq 0,1$. Na początku wprowadzimy niezbędne oznaczenia rys.1.



Rys.1

Na rysunku temperatura powierzchni ciała różni się od temperatury w jego wnętrzu (w tym przypadku jest powierzchnia jest cieplejsza niż wnętrze) Wyprowadzenie wzorów poniżej odbędzie się przy założeniu , że wyrównywanie temperatury jest takie , iż obie te wartości są sobie równe

$$\vartheta_A = \vartheta_r = \vartheta_x.$$

Oznaczenia:

A- pole powierzchni ciała

V- objętość ciała

t_g -temperatura gorącego powietrza , omywającego ciało

t_o - temperatura otoczenia

α -współczynnik przejmowania ciepła

$\vartheta_r = f(t)$ -średnia objętościowa temperatura ciała zmienna w czasie (średnia temperatura w objętości ciała)

$\vartheta_A = f(t)$ -średnia powierzchniowa temperatura ciała zmienna w czasie

ϑ_0 - temperatura początkowa ciała

$\vartheta_r = f(\tau); \vartheta_A = f(\tau)$ - zapis ten oznacza , że obie temperatury zmieniają się w czasie (nie są ustalone)

$\dot{Q}_\alpha = A\alpha(t_p - \vartheta_A)$ -ciepło (ściślej jego strumień)wnikające do ciała przez jego powierzchnię A, na drodze konwekcji .

$\dot{Q} = \rho V c \frac{d\vartheta}{d\tau}$ -strumień ciepła akumulacji w cieple , które rośnie lub maleje w zależności od tego czy ciało jest chłodzone czy ogrzewane; ρ, V, c są to odpowiednio gęstość ciała, jego objętość i ciepło właściwe

Dla materiałów o dużym współczynniku przewodzenia ciepła przyjmuje się temperatura na jego powierzchni jest taka sama jak wewnątrz niego. Jest to powodowane błyskawicznym wyrównywaniem się temperatury. Pytanie : co oznacza dla wyrównywania się temperatur współczynnik przewodzenia równy nieskończoność $\lambda = \infty$.Co w przypadku izolatorów?

Przyjmiemy teraz , że $\vartheta_A = \vartheta_r = \vartheta_x$. Oznacza to , że temperatura mierzona na powierzchni ciała jest w danej chwili taka sama jak w całej jego objętości.

1.1 Nagrzewanie i chodzenie jednowymiarowe

Nagrzewanie oznacza , że ciało zostaje umieszczone w otoczeniu o temperaturze wyższej niż jej własna $t_g > \vartheta_x$.My założymy dodatkowo , że temperatura ciała a chwili początkowej jest taka jak temperatura otoczenia t_o . Strumień ciepła pobierany przez powierzchnię ciała jest równy strumieniowi ciepła akumulowanemu przez to ciało. Strumień ten pochłaniany przez ciało ma zgodnie z umową wartość dodatnią , gdyż temperatura ciała stale wzrasta do chwili osiągnięcia pewnej wartości ustalonej

$$\dot{Q}_\alpha = A\alpha(t_g - \vartheta_x) = \dot{Q} = \rho V c \frac{d\vartheta_x}{d\tau} \quad (1)$$

Otrzymaliśmy równanie różniczkowe , które po rozdzieleniu zmiennych można zapisać jako:

$$\frac{A\alpha}{\rho V c} d\tau = \frac{d\vartheta_x}{t_g - \vartheta_x} \quad (2)$$

Po obustronnym scałkowaniu mamy:

$$-\ln|t_g - \vartheta_x| = \frac{A\alpha}{\rho V c} d\tau + \ln C \quad (3)$$

Gdzie C jest pewną stałą.

Jeśli wykorzystamy omówiony wcześniej warunek początkowy, że w chwili „zerowej:

$\tau = 0 \quad \vartheta_x = \vartheta_0 = t_o$, to możemy obliczyć stałą C. Po wykonaniu niezbędnych

przekształceń, otrzymamy wzór użytkowy : $\ln \frac{t_g - \vartheta_0}{t_g - \vartheta_x} = \frac{A\alpha}{\rho V c} \tau$ (4)

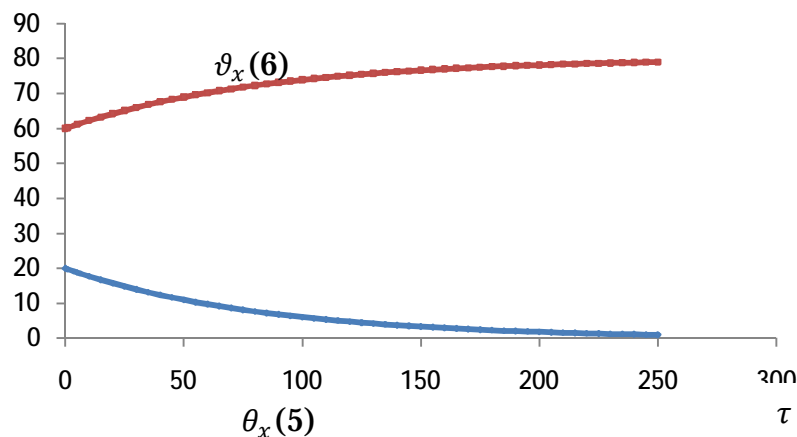
Lub ze względu na fakt, że $t_g - \vartheta_x < t_g - \vartheta_0$ przekształcimy (4) do postaci podawanej często w literaturze,

$$\ln \frac{\theta_x}{\theta_p} = - \frac{A\alpha}{\rho V c} \tau \quad (5)$$

Gdzie: $\theta_p = \vartheta_0 - t_g$ jest nadwyżką temperatury ciała nad temperaturą powietrza gorącego na początku procesu i jest ona ujemna /; $\theta_x = \vartheta_x - t_g$ jest nadwyżką temperatury ciała w dowolnej chwili nad temperatura gorącego powietrza i również jest ona ujemna. Gdybyśmy narysowali przebieg temperatury lub nadwyżki w czasie, otrzymalibyśmy wykres wykładniczy (co wynika wprost z (4)) w postaci (5) rys.2 :

$$\theta_x = \theta_p e^{-\frac{A\alpha}{\rho V c} \tau} < 0 \quad (6)$$

Oraz
$$\vartheta_x = t_g + \theta_x = t_g + \theta_p e^{-\frac{A\alpha}{\rho V c} \tau} \quad (7)$$



Rys. 2

Wykres przykładowej nadwyżki temperaturowej wg (5) i temperatury nagrzewanego ciała (6), przy założeniu stałości współczynnika wnikania ciepła α

W przypadku chłodzenia równanie bilansowe przyjmie postać (7) [dlaczego?]. Przypadek ten jest trochę inny. W otoczeniu o temperaturze t_0 umieszczamy ciało o temperaturze wyższej, czyli $\vartheta_x > t_0$.

$$-A\alpha(t_0 - \vartheta_x) = -\rho V c \frac{d\vartheta_x}{d\tau} \quad (8)$$

Po przekształceniach mamy:
$$\frac{A\alpha}{\rho V c} d\tau = \frac{d\vartheta_x}{t_0 - \vartheta_x} \quad (9)$$

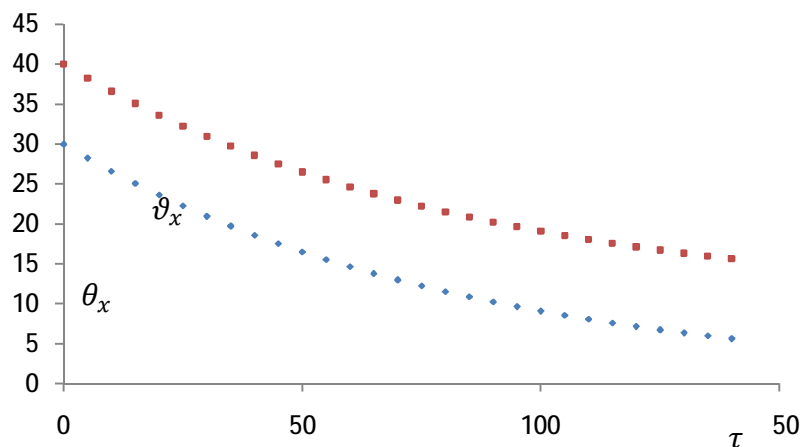
Wzór ten jest niemalże identyczny ze wzorem (2). Wprowadzamy warunki brzegowe: $\tau = 0 \quad \vartheta_x = \vartheta_{max}$

Po zróżniczkowaniu i wyliczeniu stałej C , otrzymamy wzór użytkowy(10):

$$\ln \frac{\vartheta_x - t_0}{\vartheta_{max} - t_0} = - \frac{A\alpha}{\rho V c} \tau \quad (10)$$

Po wprowadzeniu pojęć nadwyżek temperatury $\theta_p = \vartheta_{max} - t_0, \theta_x = \vartheta_x - t_0$ wzór ten przyjmie podobną do (5) postać :

$$\ln \frac{\theta_x}{\theta_p} = - \frac{A\alpha}{\rho V c} \tau \quad (11)$$



Rys.3

Wykres przykładowej nadwyżki temperaturowej i temperatury chłodzonego ciała przy założeniu stałości współczynnika wnikania ciepła α

Proszę zwrócić uwagę , że po przekształceniu (11), dostajemy identyczny w zapisie z (5)

wzór :

$$\theta_x = \theta_p e^{-\frac{A\alpha}{\rho V c} \tau} > 0 \quad (12)$$

Oraz

$$\vartheta_x = t_0 + \theta_p e^{-\frac{A\alpha}{\rho V c} \tau} \quad (13)$$

Pytanie : dlaczego wykresy na rys. 2 i 3 różnią się?

Uwaga!

Wyprowadzone równania chłodzenia i grzania obowiązują dla liczby Biota $Bi \leq 0,1$. Co to oznacza ?

Popatrzmy na wykładnik równań (6) i (12) i rozpiszmy go bez symbolu różniczki, wprowadzając nową zmienną $\delta = \frac{V}{A}$, mającą wymiar długości i dodatkowo rozszerzmy ułamek przez iloczyn $\lambda \delta$, gdzie λ jest współczynnikiem przewodzenia ciepła charakterystycznym dla danego materiału, z którego wykonane jest ciało.

$$-\frac{A\alpha}{\rho V c} \tau = -\frac{\alpha \lambda \delta}{\rho \frac{V}{A} c \lambda \delta} \tau = -\frac{\alpha \lambda \delta}{\rho c \lambda \delta^2} \tau = -\frac{\alpha \delta \frac{\lambda}{\rho c} \tau}{\lambda \delta^2} = -Bi Fo$$

Przy czym Fo – liczba Fouriera, Bi – liczba Biota są bezwymiarowymi liczbami podobieństwa.

δ - charakterystyczny wymiar liniowy, może to być grubość płyty, promień lub średnica walca. Tu jest to iloraz objętości i pola powierzchni ciała stałego

λ -współczynnik przewodzenia ciepła

$Bi = \frac{\alpha \delta}{\lambda}$ liczba kryterialna świadcząca o podobieństwie zjawiska przejmowania ciepła, charakteryzującej stosunek oporu wnikania do oporu przewodzenia

α - współczynnik wymiany ciepła [fonetycznie : alfa]

$Fo = \frac{\lambda}{\rho c} \tau = \frac{a \tau}{\delta^2}$ liczba kryterialna, świadcząca o tym że pole temperatury w dwóch geometrycznie podobnych ciałach zmieniają się w czasie w sposób podobny, mówi o nieustalonym charakterze procesu

$a = \frac{\lambda}{\rho c}$ - współczynnik wyrównywania temperatury lub dyfuzji cieplnej [fonetycznie : a]

Uwaga!

α [alfa] \neq a [fonetycznie : a]

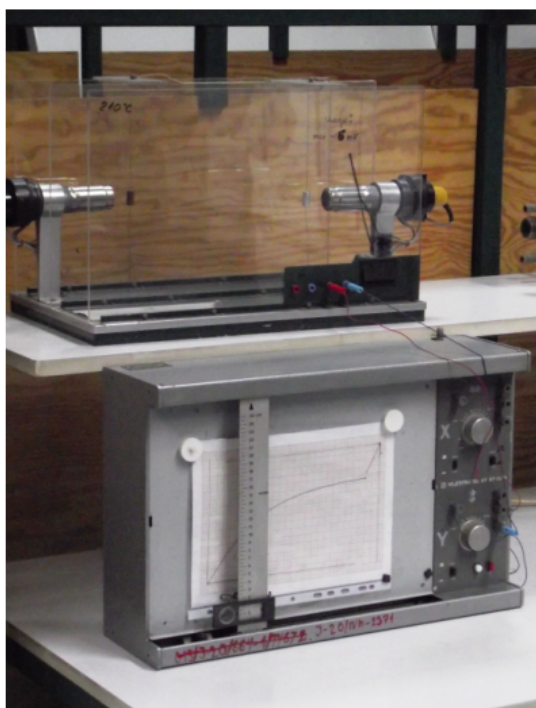
1.2 Wyznaczenie współczynnika wnikania ciepła α przy nagrzewaniu i chłodzeniu ciała

Przyjrzyjmy się wzorom (4), (5), (10), (11). W każdym przypadku można przedstawić te wzory w nowym układzie współrzędnych : $Y = \pm a X$ (funkcja liniowa), gdzie przykładowo dla (10) : $Y = \ln \frac{\vartheta_x - t_0}{\vartheta_{max} - t_0}$, $X = \tau$, $a = \frac{A\alpha}{\rho V c}$ (współczynnik kierunkowy prostej). Mając wykres zależności temperatury od czasu dla grzania(chłodzenia), można skonstruować funkcję Y, wyznaczając prawą stronę równania dla kolejnych chwil czasowych. Jeżeli byłoby tak, że $\alpha = \mathbf{const}$, wszystkie punkty pomiarowe po ich przeliczeniu znalazłyby się na jednej prostej. Okazuje się jednak, że tak nie jest. Współczynnik ten zmienia się wraz ze zmianami

temperatury. Można co najwyżej zatem przyjąć, że współczynnik ten będzie stały w pewnych przedziałach czasowych.

2. Sposób przeprowadzenia ćwiczenia

Stanowisko pomiarowe składa się z dwóch walców, które są omywane gorącym lub powietrzem o temperaturze otoczenia. Wewnątrz każdego z walców znajduje się termopara, która rejestruje zmiany temperatury. Termopara spięta jest z rejestratorem Y-X, który odpowiednio wykreśla wykres temperatury w czasie. Walce wykonane są z miedzi ($c_{p\ Cu}=419\text{ J/(kgK)}$ $\rho_{Cu} = 8300\text{ kg/m}^3$) i aluminium ($c_{p\ Al}=913\text{ J/(kgK)}$ $\rho_{Al} = 2700\text{ kg/m}^3$). Walce mają wymiary $\varphi 10 \times 20$.



Rys.4

Stanowisko pomiarowe

Przed przystąpieniem do pomiarów ustawiamy nastawy na rejestratorze X-Y, na X ustawiamy 10 s/cm, na Y 0,5 mV/cm. Zerujemy przyrząd do lewej najniższej strony rejestratora. Wstawiamy kartkę papieru milimetrowego i ustawiamy pisak w punkcie początkowym za pomocą pokręteł X i Y. Do rejestratora podłączony jest wałek aluminiowy lub miedziany, włączamy grzałkę z wentylatorem i uruchamiamy rejestrator wciskając dwa przyciski „start” i „zapis”. Moc grzałki wynosi 1000 W, proces nagrzewania wałka prowadzimy do temperatury 6 mV co odpowiada na papierze milimetrowym 12 cm. Po tym

okresie wyłączamy samą grzałkę i przycisk „zapis” pisak wycofa się początku skali osi X z zachowaniem temperatury nagrzania walca. Włączamy przycisk „ zapis” i rejestrator rejestruje nam proces chłodzenia walca. Koniec pomiaru następuje po przesunięciu się pisaka do końca skali rejestratora. Wyciągamy nasz papier z rejestratora, zaznaczamy na nim współrzędne x i y oraz wpisujemy temperaturę otoczenia od której rozpoczęty został proces grzania. Termopary wykonane są z drutu Cu-Konstantan , który jest stopem miedzi 55% i niklu 45% i charakteryzuje się stałą rezystywnością (znikomą zależnością oporu od temperatury). Zimne końce są zawsze w temperaturze otoczenia. Wykres temperatury w funkcji siły elektromotorycznej należy wykreślić, samemu wiedząc że 0 °C to 0 mV a 100 °C to 4,25 mV. Przyjmujemy , że zależność ta jest proporcjonalna . Wykres traktujemy jako linię prostą do określenia poszczególnych temperatur dodając do otrzymanej temperatury temperaturę otoczenia.

3. Opracowanie wyników

1. Posługując się charakterystyką chłodzenia i grzania wykreśloną na stanowisku dydaktycznym, wykreślić odpowiednio funkcję $Y = \ln \frac{\vartheta_x - t_0}{\vartheta_{max} - t_0}$; $Y = \ln \frac{t_g - \vartheta_0}{t_g - \vartheta_x}$
2. Sprawdzić w jakich przedziałach można przyjąć $\alpha = const$
3. Obliczyć α dla wybranych przedziałów, korzystając z faktu że $Y = \pm a X$ i $X = \tau$, przy czym współczynnik kierunkowy prostej $a = \frac{A\alpha}{\rho V c}$. Znając pole powierzchni, objętość , gęstość , ciepło właściwe materiału z którego wykonane są walce, można przedziałami określić współczynnik wnikania.

4. Pytania

1. Co to jest współczynnik wnikania ciepła
2. Co to jest przenikanie ciepła, wnikanie i przewodzenia
3. Jakie wartości przyjmuje współczynnik wnikania ciepła
4. Czym różni się współczynnik wnikania od współczynnika przewodzenia ciepła
5. Jakie są sposoby wymiany ciepła